

# Determinación de la Densidad de Portadores de Carga en una Película Delgada de Bismuto a través de la Medición del Voltaje Inducido por el Efecto Hall Clásico

Por: EDGAR IVÁN HINOJOSA SALDAÑA, ELIDA MARIANA GONZÁLEZ CORONADO, ALAN BARUCH FLORES MORALES y ANTONIO DE JESÚS SOSA AGUIRRE\*, Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas, Universidad Autónoma de Nuevo León, Av. Universidad s/n. Ciudad Universitaria San Nicolás de los Garza, C.P. 66451, Nuevo León, México

(Manuscrito recibido el 22 de mayo de 2025; en forma final el 22 de mayo de 2025)

## RESUMEN

Se entiende por efecto Hall a la separación de cargas en los bordes de un material como resultado de su exposición a un campo magnético perpendicular a su superficie de forma simultánea a la presencia de una corriente en la misma. Esta separación genera una diferencia de potencial que se relaciona de manera inversamente proporcional a la densidad de portadores de carga, un parámetro único para cada material. Con el objetivo de obtener el valor de esta magnitud para el bismuto, se produce primeramente una película delgada del mismo y posteriormente se conecta una fuente de voltaje DC paralela a uno de los ejes sobre el plano formado para inducir una corriente conocida, así como un multímetro de precisión para la medición del voltaje de Hall con sus terminales sobre el eje restante. Además, usando un electroimán, se aplica un campo magnético de forma perpendicular al plano de la película. Variando la intensidad del campo y de la corriente, se realizan diferentes ensayos para medir valores distintos de voltaje con el multímetro, siendo esta la variable dependiente. Tomando como variable dependiente el producto del campo magnético y la corriente escalado por factores controlados, se emplea regresión lineal para obtener como pendiente el inverso de la densidad de portadores de carga del bismuto. Ciertos conjuntos de resultados muestran una respuesta lineal, más la densidad de portadores de carga derivada de estas difiere considerablemente de los valores encontrados en la literatura. Esta discrepancia podría explicarse a través de una dependencia en la temperatura de la densidad de portadores de carga.

*Palabras clave:* Efecto Hall, voltaje de Hall, película delgada, bismuto

## 1. Introducción

Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) fue un físico neerlandés que ganó el Premio Nobel de Física en 1902 por sus contribuciones a la teoría del electromagnetismo y la teoría electrónica de la materia (Lorentz, 1902). Sus trabajos sentaron las bases para entender la interacción entre campos electromagnéticos y partículas cargadas, lo que llevó a la formulación de la fuerza de Lorentz:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1)$$

donde  $\mathbf{v}$  es la velocidad de la carga y  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  es el producto cruz entre la velocidad de la carga y el campo magnético. Esta fuerza es fundamental para explicar fenómenos como el Efecto

Hall, descubierto por Edwin Hall en 1879 (E. H. Hall, 1879). Hall observó que, al aplicar un campo magnético perpendicular a la corriente en un conductor, se genera un voltaje transversal ( $V_H$ ) debido a la desviación de los portadores de carga por la fuerza de Lorentz (Hurd, 2012).

Cuando un material conductor o semiconductor, a través del cual fluye una densidad de corriente  $\mathbf{J} = J\hat{\mathbf{x}}$ , se somete a un campo magnético  $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{z}}$  perpendicular a su superficie, debido a la fuerza de Lorentz, los electrones (o huecos) son desviados hacia un lado del material, creando una acumulación de carga. Para el campo eléctrico transversal, la separación de cargas genera un campo  $\mathbf{E}_H = E_H \hat{\mathbf{y}}$  (campo de Hall) que equilibra la fuerza magnética. Su magnitud:

$$E_H = R_H J B \quad (2)$$

donde  $R_H$  es el *coeficiente de Hall* (Chien y Westgate, 1980).

\* Autor correspondiente.

e-mail: antonio.sosaa@uanl.edu.mx

El voltaje de Hall es medible entre los bordes del material y está dado por:

$$V_H = \frac{IB}{nqt} \quad (3)$$

con  $I$  la corriente que pasa a través del material,  $q$  la carga de los portadores,  $n$  la densidad de portadores de carga y  $t$  el espesor del material (Kittel, 2005).

Una aplicación del efecto Hall está en los sensores de Hall. Estos son dispositivos ampliamente utilizados para medir campos magnéticos con alta precisión. El principio de funcionamiento es: Un semiconductor (como GaAs o Si) se polariza con una corriente  $I$ . Al aplicar un campo magnético  $B$ , se genera un voltaje Hall  $V_H$  proporcional a  $B$ . Más concretamente, en automóviles se usan como sensores de posición en pedales de aceleración o detección de velocidad en ruedas (sistemas ABS) (Ramsden, 2011).

Otra de sus aplicaciones es que permite determinar propiedades clave de materiales conductores y semiconductores, como el tipo de portadores de carga. El signo del coeficiente de Hall  $R_H$  indica si los portadores son electrones ( $R_H < 0$ ) o huecos ( $R_H > 0$ ). Además, la densidad de portadores  $n$  está dada por:

$$n = \frac{1}{|R_H|q} \quad (4)$$

lo cual, en conjunto con (2), implica

$$n = \frac{1}{q} \left| \frac{JB}{E_H} \right| \quad (5)$$

## 2. Materiales y método

### 2.1. Materiales

- Cristal de bismuto
- Horno de mufla Thermo Scientific Thermolyne
- Crisol
- Portaobjetos de microscopio
- Pinzas metálicas de laboratorio
- Lija
- Fuente de voltaje de corriente alterna
- Fuente de voltaje de corriente directa
- Equipo de soldar
- Capacitores, tubos termorretráctiles y cables de distintos tipos
- Puente rectificador de onda completa y dispersor de calor
- Electroimán
- Multímetros y multímetro de precisión
- Teslámetro con sonda axial
- Micrómetro
- Bases, postes y soportes

Un diagrama esquemático del arreglo experimental se muestra en la figura 1.

### 2.2. Método

El cristal de bismuto fue colocado dentro del crisol y se introdujo al horno Thermo Scientific Thermolyne, el cual se con-

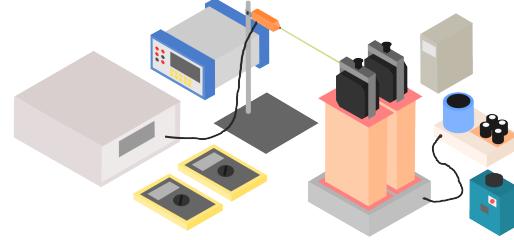


Fig. 1. Diagrama esquemático del arreglo experimental.

figuró para alcanzar una temperatura de 400 °C. Tras aproximadamente 15 minutos, el crisol fue extraído del horno y su contenido se vertió sobre un portaobjetos de microscopio, donde se solidificó nuevamente tras poco tiempo y se mantuvo adherido a él. Los bordes de la pieza con forma irregular fueron removidos hasta obtener una película delgada rectangular sobre el portaobjetos, la cual tenía un espesor de aproximadamente 0,30 mm al ser medida con un micrómetro.

A continuación, se armó un circuito de puente rectificador de onda completa, con capacitores de distintas capacidades cumpliendo como un filtro, con el objetivo de convertir la corriente de una fuente de voltaje de corriente alterna (AC) a corriente directa (DC). Se realizó de esta manera debido a que, para operar el electroimán, necesario para inducir un efecto Hall controlable en la película de bismuto, se requería una fuente con suficiente voltaje y amperaje, requisitos no cumplidos por las fuentes DC que se tenían disponibles.

Se conectó el electroimán al circuito antes mencionado, y la película de bismuto se colocó de tal forma que el campo magnético generado por el electroimán fuese aproximadamente normal a su superficie. La película de bismuto fue conectada a las terminales de una fuente de voltaje DC, para inducir una corriente a través de ella. El campo magnético del electroimán se midió con un teslámetro con sonda axial.

Usando el multímetro de precisión, y variando la magnitud de la corriente  $I$  a través de la película, se midió el voltaje de Hall  $V_H$ . En cada instancia se varió  $I$  manteniendo  $B$  constante y se utilizaron los datos obtenidos para obtener gráficas a partir de métodos de regresión lineal.

Adicionalmente, se realizó un conjunto de mediciones en las que la magnitud de la corriente se mantuvo constante y lo que se varió fue el campo magnético.

## 3. Resultados

El valor medido mediante el micrómetro para el espesor  $t$  de la película a utilizar para los cálculos es:

$$t = 0,30 \text{ mm} \quad (6)$$

En la figura 2 se muestra el voltaje en función de la variable  $BIe^{-1}t^{-1}$ , tomando en cuenta cada una de las mediciones para

las cuales se varió la corriente eléctrica sobre la película una vez definido un valor de campo magnético.

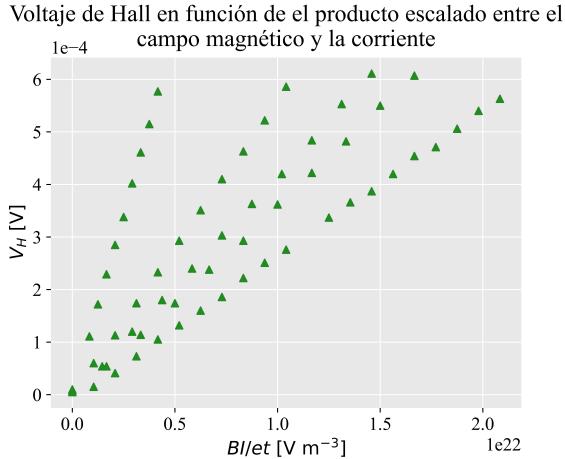


Fig. 2. Gráfica de voltaje de Hall en función del producto del campo magnético y la corriente (escalada por el factor  $e^{-1}t^{-1}$ ) para todos los datos experimentales.

Aplicando, como originalmente se planeó, el método de regresión lineal considerando tanto una intercepción nula como una intercepción diferente de cero al conjunto completo de datos anteriores, se encontraron las relaciones lineales presentadas en la tabla 1 y graficadas en la figura 3.

Tabla 1. Estadísticos de rectas obtenidas a partir de regresión lineal para el conjunto de datos ( $V_H, BIe^{-1}t^{-1}$ ).

Parámetro	Modelo con intercepción	Modelo sin intercepción
Pendiente [ $m^3$ ]	$2,531 \times 10^{-26}$	$3,463 \times 10^{-26}$
Intercepción [mV]	0,109	0
Densidad de portadores de carga asociada [ $m^{-3}$ ]	$3,950 \times 10^{25}$	$2,888 \times 10^{25}$

Ya que los puntos obtenidos de variar la corriente para un solo valor fijo de campo magnético muestran una clara tendencia lineal al ser separados del resto de los datos, se buscaron rectas lineales para cada una de las cinco variaciones de campo magnético, las cuales se muestran en la tabla 2 y se grafican en la figura 4.

En la figura 5 y la tabla 3 se muestran los resultados de variar el campo magnético para un valor fijo de corriente de 2 A, así como la aplicación de un modelo de regresión lineal (no asumiendo una intercepción nula).

#### 4. Discusión

Los resultados de los experimentos en los que la corriente fue variada mientras se mantenía constante el campo magnético se muestran en las figuras 2, 3 y 4. En la figura 2 podemos

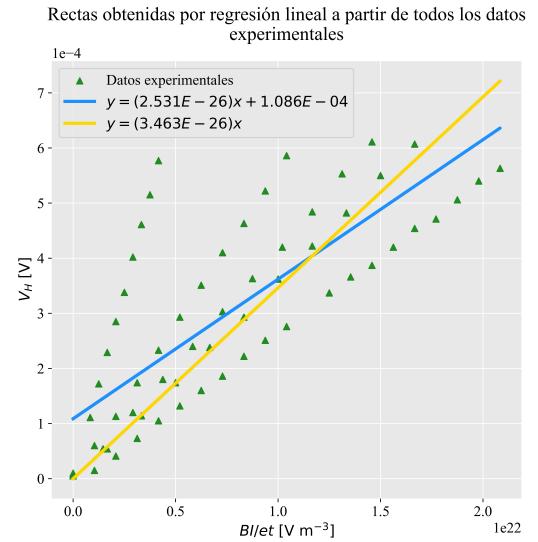


Fig. 3. Gráfica con rectas calculadas a partir de regresión lineal con intercepción (azul) y sin intercepción (amarillo) para la relación entre voltaje de Hall y  $BIe^{-1}t^{-1}$ .

Tabla 2. Rectas obtenidas a partir de regresión lineal para las mediciones realizadas con un valor de campo fijo.

Campo magnético $B$ [T]	Pendiente [ $10^{-26} m^3$ ]	Intercepción [ $10^{-6} V$ ]	Densidad de portadores de carga asociada [ $m^{-3}$ ]
0.2	13,754	1,168	$7,270 \times 10^{24}$
0.5	5,557	2,818	$1,799 \times 10^{25}$
0.7	4,177	-1,227	$2,394 \times 10^{25}$
0.8	3,664	-5,273	$2,729 \times 10^{25}$
1	2,748	-9,074	$3,640 \times 10^{25}$

observar el conjunto de datos sin hacer distinción entre ellos. Si se considerara la hipótesis de que la densidad de portadores de carga sería constante para el material, entonces estos datos irían en contra de ella. Esto se expone en términos cuantitativos en la figura 3, donde se calculan dos modelos de regresión lineal, uno con intercepción y otro sin ella, y se grafica dicho modelo con el conjunto de datos. Podemos ver que, claramente, el conjunto global de datos no sigue una relación lineal.

Por otro lado, en la figura 4, donde hemos tomado en cuenta la distinción entre cada conjunto de datos, agrupándolos conforme a la magnitud del campo magnético a la cual fueron tomados, podemos observar que los datos parecen seguir relaciones claramente lineales, en corcordancia con lo que esperamos a partir de la ecuación (3). En la figura 4, notamos que la pendiente de las rectas disminuye conforme se aumenta la intensidad del campo magnético. Ya que la pendiente es el inverso de

Rectas obtenidas a partir de regresión lineal para cambios en corriente con valor de campo magnético fijo

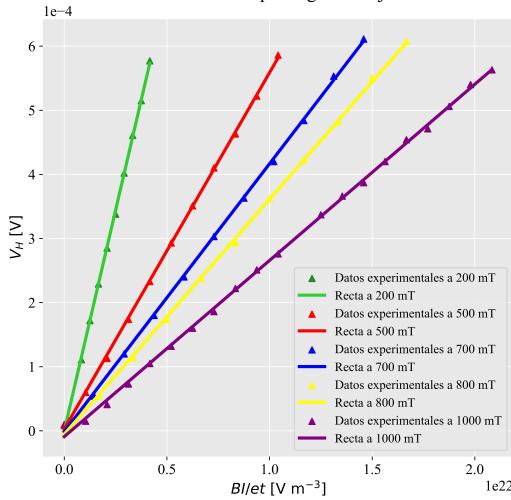


Fig. 4. Gráfica con rectas calculadas a partir de regresión lineal para cada variación del campo magnético.

Tabla 3. Estadísticos de recta obtenida a partir de regresión lineal para el conjunto de datos ( $V_H, BIe^{-1}t^{-1}$ ) con corriente fija de 2 A.

Parámetro	Valor
Pendiente [m <sup>3</sup> ]	$6,731 \times 10^{-28}$
Error estándar de pendiente [m <sup>3</sup> ]	$5,109 \times 10^{-28}$
Intercepción [mV]	1,403
Error estándar de intercepción [V]	$5,172 \times 10^{-6}$
R <sup>2</sup>	0.446
p-valor	0.229
Densidad de portadores de carga asociada [m <sup>-3</sup> ]	$1,486 \times 10^{27}$

la densidad de portadores de carga  $n$ , y por la ecuación (5) sabemos que  $n \propto B$ , entonces este comportamiento es esperado.

En la literatura (Noothoven Van Goor, 1968) puede encontrarse un valor de densidad de portadores de carga para el bismuto puro de  $3,28 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ , así como otros dentro del rango de  $2,5 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$  (Zitter, 1962) y  $4,2 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$  (Shoenberg, 1952). Estos valores presentan un gran contraste con aquellos presentados en la tabla 2, difiriendo en el peor de los casos hasta por dos órdenes de magnitud. Partin et al. (1988) mostraron que, en películas de bismuto epitaxiales, la densidad de portadores de carga depende de la temperatura de la película, aumentando conforme la temperatura aumenta. De acuerdo con su estudio experimental, tanto las densidades de electrones como de huecos en las películas alcanzaban valores a orden de magnitud  $10^{24}$  a temperatura ambiente  $T \approx 300 \text{ K}$ . Al momento de llevar a cabo la presente experiencia, la película de

Recta obtenida a partir de regresión lineal para cambios en campo magnético con valor de corriente fijo

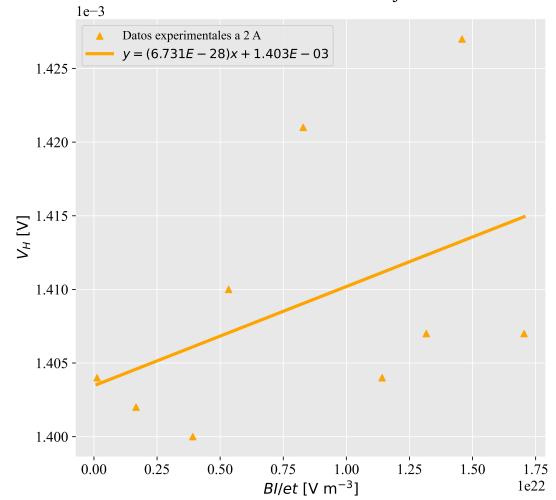


Fig. 5. Gráfica de recta de regresión lineal para relación entre  $V_H$  y  $BIe^{-1}t^{-1}$  para un valor fijo de corriente de 2A.

bismuto aumentó su temperatura más allá de la ambiente, pues componentes del circuito emitían calor, mismo que era absorbido por la película. Una posible hipótesis para explicar la discrepancia es, entonces, el aumento en la temperatura de la película de bismuto.

Mientras tanto, en la figura 5, donde se varió  $B$  manteniendo  $I$  constante, observamos un comportamiento anómalo en donde  $V_H$  no aparenta seguir una relación específica, mucho menos una lineal. Esto se pone de manifiesto en los estadísticos mostrados en la tabla 3, en la cual puede observarse un valor muy bajo de  $R^2$ , un alto  $p$ -valor y un error estándar para la pendiente del modelo del mismo orden de magnitud y muy cercano a la pendiente misma. La baja  $R^2$  indica que la fluctuación de la variable dependiente en función de la variable independiente no puede explicarse satisfactoriamente bajo la relación lineal encontrada; por otro lado, el alto  $p$ -valor señala que no existe suficiente evidencia para descartar que los pares de datos  $V_H, BIe^{-1}t^{-1}$  encontrados hayan sido obtenidos siendo cierta la hipótesis nula. Esto es, no existe alta significancia estadística entre los datos.

Cuando el campo magnético es pequeño, entonces se aparenta una relación lineal, que sería consistente con lo que esperamos de la ecuación (3) si la densidad dominante de portadores de carga fuera la de electrones. Sin embargo, cuando el campo magnético aumenta en magnitud, empezamos a notar efectos no-lineales y anómalos. Este resultado es consistente con el “efecto Hall anómalo” (E. Hall, 1881), que involucra conceptos geométricos y topológicos apenas estudiados en tiempos recientes, y cuyo estudio a profundidad es su propia área de estudio (Nagaosa et al., 2010). Además, Yu et al. (2024) encontraron anomalías en la resistencia longitudinal de películas de bismuto consistentes con el efecto Hall anómalo y Camargo et al. (2020) encontraron efecto Hall anómalo parecido al fe-

rromagnetismo en cristales de bismuto, cuya supresión ante incrementos de campo magnético y de temperatura sugerían una interacción entre este fenómeno y la superconductividad.

El efecto Hall (no-anómalo) es esperado en materiales semiconductores. Consideramos un modelo en el que los electrones del sólido están arreglados en bandas de energía, que son extensiones de los niveles de energía electrónicos propios de los átomos en aislamiento, pero “ampliados” debido a la atracción por los otros átomos en el arreglo. La banda de mayor energía que contiene electrones es la *banda de valencia*, y la siguiente banda de energía es la *banda de conducción*. La diferencia de la energía mínima en la banda de conducción y la energía máxima en la banda de valencia es la *brecha de banda*. En materiales conductores, por ejemplo, la banda de valencia no está completamente llena y, al aplicarle un campo eléctrico al material, los electrones pueden “moverse a través de la banda” y conducir una corriente eléctrica a través del material. Cuando la banda de valencia está llena y la brecha de banda es muy grande, el campo eléctrico no puede inducir a los electrones a moverse y, por lo tanto, el material es aislante. Cuando hay una muy baja concentración de electrones en la banda de conducción y la brecha de banda es pequeña entonces el material es un semiconductor y permite que los electrones salten entre las bandas de valencia y conducción, posibilitando el flujo de corriente eléctrica a través de las bandas (en la banda de conducción se mueven electrones, en la banda de valencia se “mueven” los huecos positivos) (Kittel, 2005; Veritasium, 2024).

Pero el bismuto no es un conductor, un aislante o incluso un semiconductor, sino un *semimetal*, lo que quiere decir que, a diferencia de los semiconductores, que tienen una brecha de energía entre sus bandas de conducción y valencia, este tiene un pequeño solape de energía en los bordes de sus bandas. Esto lleva a una baja densidad de electrones en la banda de conducción y a una baja densidad de agujeros en la banda de valencia (Kittel, 2005), pero la densidad de electrones no es lo suficientemente baja como para que se clasifique como semiconductor. Es de esperarse, entonces, que el efecto Hall que se presenta en este material no sea precisamente igual al esperado en semiconductores.

## 5. Conclusiones

Los resultados muestran que la aplicación de un campo magnético constante normal a una película delgada de bismuto, sobre la cual fluye una corriente eléctrica variable, da lugar a una diferencia de potencial perpendicular a la corriente, consistente con el efecto Hall clásico. La densidad de portadores de carga calculada mediante la teoría con base en este experimento no se encuentra dentro del rango de valores encontrados en la literatura, pero las discrepancias pueden ser explicadas a partir de una dependencia de la densidad de portadores en la temperatura, es decir, si la temperatura aumenta, la densidad de portadores de carga lo hace también. Además, se tuvo un encuentro aparente con el efecto Hall anómalo, que está en la frontera de la in-

vestigación en ciencia de materiales, al mantener constante la corriente y variar el campo magnético. La presente experiencia, que fue un esfuerzo interdisciplinario entre circuitos eléctricos y física del estado sólido, dejó un aprendizaje cuantioso en cuanto a desarrollo de arreglos experimentales, formulación de hipótesis científicas y análisis de datos.

## Referencias

- Camargo, Bruno Cury et al. (9 de dic. de 2020). «Anomalous Hall effect in bismuth». En: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 525, pág. 167581. DOI: 10.1016/j.jmmm.2020.167581. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2020.167581>.
- Chien, C. L. y C. R. Westgate (1980). *The Hall Effect and Its Applications*. Springer New York, NY. DOI: 10.1007/978-1-4757-1367-1. URL: <https://doi.org/10.1007/978-1-4757-1367-1>.
- Hall, E. H. (1 de sep. de 1879). «On a New Action of the Magnet on Electric Currents». En: *American Journal of Mathematics* 2.3, pág. 287. DOI: 10.2307/2369245. URL: <https://doi.org/10.2307/2369245>.
- (1 de sep. de 1881). «XVIII. On the “Rotational Coefficient” in nickel and cobalt». En: *The London Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 12.74, págs. 157-172. DOI: 10.1080/14786448108627086. URL: <https://doi.org/10.1080/14786448108627086>.
- Hurd, Colin (2012). *The Hall effect in metals and alloys*. Springer Science & Business Media.
- Kittel, Charles (2005). *Introduction to Solid State Physics*. 8th. Wiley.
- Lorentz, Hendrik A. (1902). «The Theory of Electrons and Its Applications to the Phenomena of Light and Radiant Heat». En: *Nobel Lecture*. URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1902/lorentz/lecture/>.
- Nagaosa, Naoto et al. (13 de mayo de 2010). «Anomalous Hall effect». En: *Reviews of Modern Physics* 82.2, págs. 1539-1592. DOI: 10.1103/revmodphys.82.1539. URL: <https://doi.org/10.1103/revmodphys.82.1539>.
- Noothoven Van Goor, J.M. (1968). «Densities of charge-carriers in bismuth». En: *Physics Letters A* 26.10, págs. 490-491. ISSN: 0375-9601. DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(68\)90807-4](https://doi.org/10.1016/0375-9601(68)90807-4). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375960168908074>.
- Partin, D. L. et al. (15 de ago. de 1988). «Growth and characterization of epitaxial bismuth films». En: *Physical review. B, Condensed matter* 38.6, págs. 3818-3824. DOI: 10.1103/physrevb.38.3818. URL: <https://doi.org/10.1103/physrevb.38.3818>.
- Ramsden, Edward (2011). *Hall-Effect Sensors: Theory and Applications*. Elsevier.

- Shoenberg, David (1952). «The de haas-van alphen effect». En: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 245.891, págs. 1-57.
- Veritasium (8 de feb. de 2024). *Why It Was Almost Impossible to Make the Blue LED*. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=AF8d72mA41M>.
- Yu, Oulin et al. (18 de mar. de 2024). «Anomalous Hall effect in thin bismuth». En: *Physical review B/Physical review B* 109.12. DOI: 10.1103/physrevb.109.1121406. URL: <https://doi.org/10.1103/physrevb.109.1121406>.
- Zitter, R. N. (sep. de 1962). «Small-Field Galvanomagnetic Tensor of Bismuth at 4.2°K». En: *Phys. Rev.* 127 (5), págs. 1471-1480. DOI: 10.1103/PhysRev.127.1471. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.127.1471>.

## Apéndice

### Programa para obtención de $n$ y generación de gráficas

```
import numpy as np
from sklearn.metrics import auc
import csv
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib as mpl
import scipy
from statistics import linear_regression

# Se crean listas para guardar los datos
voltaje, campo_mag, corriente, x = [], [], [],
[]
# Constantes
e, t = 1.6*10**(-19), (0.3)*10**(-3)

# Se leen los datos desde los archivos csv
voltaje200mT, corriente200mT = [], []
with open('segunda-peli-200mT.csv', mode
='r') as file1:
    csvFile = csv.reader(file1)
    next(csvFile)
    for lines in csvFile:
        campo_mag.append(200*10**(-3))
        corriente.append(float(lines[0]))
        voltaje.append(float(lines[1])
        *10**(-3))
        corriente200mT.append(float(lines
[0]))
        voltaje200mT.append(float(lines
[1])*10**(-3))
```

```
voltaje500mT, corriente500mT = [], []
with open('segunda-peli-500mT.csv', mode
='r') as file2:
    csvFile = csv.reader(file2)
    next(csvFile)
    for lines in csvFile:
        campo_mag.append(500*10**(-3))
        corriente.append(float(lines[0]))
        voltaje.append(float(lines[1])
        *10**(-3))
        corriente500mT.append(float(lines
[0]))
        voltaje500mT.append(float(lines
[1])*10**(-3))

voltaje700mT, corriente700mT = [], []
with open('segunda-peli-700mT.csv', mode
='r') as file3:
    csvFile = csv.reader(file3)
    next(csvFile)
    for lines in csvFile:
        campo_mag.append(700*10**(-3))
        corriente.append(float(lines[0]))
        voltaje.append(float(lines[1])
        *10**(-3))
        corriente700mT.append(float(lines
[0]))
        voltaje700mT.append(float(lines
[1])*10**(-3))

voltaje800mT, corriente800mT = [], []
with open('segunda-peli-800mT.csv', mode
='r') as file4:
    csvFile = csv.reader(file4)
    next(csvFile)
    for lines in csvFile:
        campo_mag.append(800*10**(-3))
        corriente.append(float(lines[0]))
        voltaje.append(float(lines[1])
        *10**(-3))
        corriente800mT.append(float(lines
[0]))
        voltaje800mT.append(float(lines
[1])*10**(-3))

voltaje1000mT, corriente1000mT = [], []
with open('segunda-peli-1000mT.csv', mode
='r') as file5:
    csvFile = csv.reader(file5)
    next(csvFile)
    for lines in csvFile:
        campo_mag.append(1000*10**(-3))
        corriente.append(float(lines[0]))
```

```

voltaje.append(float(lines[1])
               *10**(-3))
corriente1000mT.append(float(lines
[0]))
voltaje1000mT.append(float(lines
[1])*10**(-3))

voltaje2A, campo_mag2A = [], []
with open('segunda-peli-2A.csv', mode ='r'
') as file6:
    csvFile = csv.reader(file6)
    next(csvFile)
    for lines in csvFile:
        # campo_mag.append(float(lines[0])
        #                   *10**(-3))
        # corriente.append(2)
        # voltaje.append(float(lines[1])
        #                  *10**(-3))
        campo_mag2A.append(float(lines[0])
                           *10**(-3))
        voltaje2A.append(float(lines[1])
                          *10**(-3))

i = 1
while i <= len(voltaje):
    x.append(campo_mag[i-1]*corriente[i
                                         -1]/(e*t))
    i += 1

# Regresion lineal con intercepcion usando
# scipy
resultado1 = scipy.stats.linregress(x,
                                      voltaje)
pendiente1, intercepcion1 = resultado1.
slope, resultado1.intercept
print(f"Resultado 1: {resultado1}")

# Regresion lineal sin intercepcion usando
# statistics
pendiente2, intercepcion2 =
linear_regression(x, voltaje,
proportional = "True")
print(f"Resultado 2: pendiente: {
pendiente2}, intercepcion: {
intercepcion2}")

# Calculo de densidad de portadores de
# carga n
n1, n2 = 1/pendiente1, 1/pendiente2
print(f"Estimaci n 1 de densidad de
portadores de carga (con intercepcion):
{n1}")

print(f"Estimaci n 2 de densidad de
portadores de carga (sin intercepcion
): {n2}")
# la regresion que no se considera aqui es
# la de numpy (resultado 3)

# Funciones teoricas (relaciones lineales
# para graficar)
def f1(X): # Relacion lineal con
intercepcion
    return pendiente1*X + intercepcion1
funcion1 = np.vectorize(f1)
def f2(X): # Relacion lineal sin
intercepcion
    return pendiente2*X
funcion2 = np.vectorize(f2)

# Se definen elementos de estilo para las
graficas
mpl.rcParams['axes.spines.left'] = False
mpl.rcParams['axes.spines.right'] = False
mpl.rcParams['axes.spines.top'] = False
mpl.rcParams['axes.spines.bottom'] = False
mpl.rcParams['lines.linewidth'] = 3
plt.rcParams['axes.facecolor'] = "#e8e8e8"
plt.rcParams['axes.axisbelow'] = True
plt.rcParams['axes.labelsize'] = 14
plt.rcParams['axes.titlesize'] = 18
plt.rcParams["font.family"] = "Times New
Roman"
plt.rcParams['xtick.labelsize']=14
plt.rcParams['ytick.labelsize']=14

# Grafica con datos experimentales
plt.grid(color = "white")
plt.title(r"Voltaje de Hall en funci n de
el producto escalado entre el campo
magn tico y la corriente", y=1.02,
wrap=True)
plt.xlabel(r'$BI/e$ \ [\text{V}] \ \text{m}
)^{-3}]$')
plt.ylabel(r'$V_H$ \ [\text{V}]$')
plt.scatter(x, voltaje, marker = '^', s =
30, color = "forestgreen")
plt.ticklabel_format(axis='both', style='
sci', scilimits=(0,0))
plt.savefig('grafical_practica6', format='
jpg', dpi=1200)

# Grafica con rectas teoricas , 1 sin 2 con
plt.figure(figsize=(8,7.5))
plt.grid(color = "white")
plt.title(r"Rectas obtenidas por
regresi n lineal a partir de todos

```

```

los datos experimentales", y=1.04, wrap
=True)
plt.xlabel(r'$BI/e \backslash \text{V} \backslash \text{m}^{\wedge{-3}}$')
plt.ylabel(r'$V_H \backslash \text{V}$')
plt.scatter(x, voltaje, marker = '^',
            color = "forestgreen", label = "Datos
            experimentales")
etiqueta1 = f"$ y = ({\cdot{:0.3E}}) \cdot pendiente1) x + ({\cdot{:0.3E}}) \cdot intercepcion1)$"
etiqueta2 = f"$ y = ({\cdot{:0.3E}}) \cdot pendiente2) x $"
plt.plot(x, funcion1(x), color =
          "dodgerblue", label= etiqueta1)
plt.plot(x, funcion2(x), color = "gold",
          label = etiqueta2)
plt.legend(prop={'size': 14})
plt.ticklabel_format(axis='both', style='
sci', scilimits=(0,0))
plt.savefig('grafica2_practica6', format='
jpg', dpi=1200)

# Regresion para cada juego de datos (cada
# csv)

# archivo = open("resultados_practica6.txt
# ", "x")
archivo = open("resultados_practica6.txt",
               "w")

x200mT = []
i = 1
while i <= len(voltaje200mT):
    x200mT.append(200*10**(-3)*
                  corriente200mT[i-1]/(e*t))
    i += 1
resultado200mT = scipy.stats.linregress(
    x200mT, voltaje200mT)
pendiente200mT, intercepcion200mT =
    resultado200mT.slope, resultado200mT.
    intercept
archivo.write(f"Resultado 200 mT: {
    resultado200mT} \n")
archivo.write(f"n para 200 mT: {
    pendiente200mT**(-1)} \n \n")
def f200mT(X):
    return pendiente200mT*X +
           intercepcion200mT
funcion200mT = np.vectorize(f200mT)

x500mT = []
i = 1
while i <= len(voltaje500mT):
    x500mT.append(500*10**(-3)*
                  corriente500mT[i-1]/(e*t))
    i += 1
resultado500mT = scipy.stats.linregress(
    x500mT, voltaje500mT)
pendiente500mT, intercepcion500mT =
    resultado500mT.slope, resultado500mT.
    intercept
archivo.write(f"Resultado 500 mT: {
    resultado500mT} \n")
archivo.write(f"n para 500 mT: {
    pendiente500mT**(-1)} \n \n")
def f500mT(X):
    return pendiente500mT*X +
           intercepcion500mT
funcion500mT = np.vectorize(f500mT)

x700mT = []
i = 1
while i <= len(voltaje700mT):
    x700mT.append(700*10**(-3)*
                  corriente700mT[i-1]/(e*t))
    i += 1
resultado700mT = scipy.stats.linregress(
    x700mT, voltaje700mT)
pendiente700mT, intercepcion700mT =
    resultado700mT.slope, resultado700mT.
    intercept
archivo.write(f"Resultado 700 mT: {
    resultado700mT} \n")
archivo.write(f"n para 700 mT: {
    pendiente700mT**(-1)} \n \n")
def f700mT(X):
    return pendiente700mT*X +
           intercepcion700mT
funcion700mT = np.vectorize(f700mT)

x800mT = []
i = 1
while i <= len(voltaje800mT):
    x800mT.append(800*10**(-3)*
                  corriente800mT[i-1]/(e*t))
    i += 1
resultado800mT = scipy.stats.linregress(
    x800mT, voltaje800mT)
pendiente800mT, intercepcion800mT =
    resultado800mT.slope, resultado800mT.
    intercept
archivo.write(f"Resultado 800 mT: {
    resultado800mT} \n")
archivo.write(f"n para 800 mT: {
    pendiente800mT**(-1)} \n \n")
def f800mT(X):
    return pendiente800mT*X +
           intercepcion800mT
funcion800mT = np.vectorize(f800mT)

```

```

    return pendiente800mT*X +
           intercepcion800mT
funcion800mT = np.vectorize(f800mT)

x1000mT = []
i = 1
while i <= len(voltaje1000mT):
    x1000mT.append(1000*10**(-3)*
                   corriente1000mT[i-1]/(e*t))
    i += 1
resultado1000mT = scipy.stats.linregress(
    x1000mT, voltaje1000mT)
pendiente1000mT, intercepcion1000mT =
    resultado1000mT.slope, resultado1000mT
    .intercept
archivo.write(f"Resultado 1000 mT: {
    resultado1000mT} \n")
archivo.write(f"\n para 1000 mT: {
    pendiente1000mT**(-1)} \n \n")
def f1000mT(X):
    return pendiente1000mT*X +
           intercepcion1000mT
funcion1000mT = np.vectorize(f1000mT)

x2A = []
i = 1
while i <= len(voltaje2A):
    x2A.append(2*campo_mag2A[i-1]/(e*t))
    i += 1
resultado2A = scipy.stats.linregress(x2A,
    voltaje2A)
pendiente2A, intercepcion2A = resultado2A.
    slope, resultado2A.intercept
archivo.write(f"Resultado 2 A: {
    resultado2A} \n")
archivo.write(f"\n para 2 A: {pendiente2A
    **(-1)} \n \n")
def f2A(X):
    return pendiente2A*X + intercepcion2A
funcion2A = np.vectorize(f2A)

archivo.close()

# Grafica con rectas teoricas
plt.figure(figsize=(8,7.5))
plt.grid(color = "white")
plt.title(r"Rectas obtenidas a partir de
    regresión lineal para cambios en
    corriente con valor de campo
    magnético fijo",y=1.04, wrap=True)
plt.xlabel(r'$BI/\epsilon \cdot [V] \cdot m^{\wedge{-3}}$')
plt.ylabel(r'$V_H \cdot [V]$')

plt.scatter(x200mT, voltaje200mT, marker =
    '^', color = "forestgreen", label =
    "Datos experimentales a 200 mT")
etiqueta200mT = f"$ y = ({'{:0.3E}'.format
    (pendiente200mT)}) x + {'{:0.3E}'.format
    (intercepcion200mT)}$"
plt.plot(x200mT, funcion200mT(x200mT),
    color = "limegreen", label = f"Recta a
    200 mT")

plt.scatter(x500mT, voltaje500mT, marker =
    '^', color = "red", label = "Datos
    experimentales a 500 mT")
etiqueta500mT = f"$ y = ({'{:0.3E}'.format
    (pendiente500mT)}) x + {'{:0.3E}'.format
    (intercepcion500mT)}$"
plt.plot(x500mT, funcion500mT(x500mT),
    color = "red", label = f"Recta a 500
    mT")

plt.scatter(x700mT, voltaje700mT, marker =
    '^', color = "blue", label = "Datos
    experimentales a 700 mT")
etiqueta700mT = f"$ y = ({'{:0.3E}'.format
    (pendiente700mT)}) x + {'{:0.3E}'.format
    (intercepcion700mT)}$"
plt.plot(x700mT, funcion700mT(x700mT),
    color = "blue", label = f"Recta a 700
    mT")

plt.scatter(x800mT, voltaje800mT, marker =
    '^', color = "yellow", label = "Datos
    experimentales a 800 mT")
etiqueta800mT = f"$ y = ({'{:0.3E}'.format
    (pendiente800mT)}) x + {'{:0.3E}'.format
    (intercepcion800mT)}$"
plt.plot(x800mT, funcion800mT(x800mT),
    color = "yellow", label = f"Recta a
    800 mT")

plt.scatter(x1000mT, voltaje1000mT, marker =
    '^', color = "purple", label =
    "Datos experimentales a 1000 mT")
etiqueta1000mT = f"$ y = ({'{:0.3E}'.format
    (pendiente1000mT)}) x + {'{:0.3E}'.format
    (intercepcion1000mT)}$"
plt.plot(x1000mT, funcion1000mT(x1000mT),
    color = "purple", label = f"Recta a
    1000 mT")

plt.ticklabel_format(axis='both', style='
    sci', scilimits=(0,0))
plt.legend(prop={'size': 12})

```

```
plt.savefig('grafica3_practica6', format='
jpg', dpi=1200)

# Grafica con valor de corriente de 2 A
    fijo
plt.figure(figsize=(8,7.5))
plt.grid(color = "white")
plt.title(r"Recta obtenida a partir de
    regresi n lineal para cambios en
    campo magn tico con valor de
    corriente fijo",y=1.04, wrap=True)
plt.xlabel(r'$BI/et \ [V]^{m
}^{-3}]$')
plt.ylabel(r'$V_H \ [V]$')
plt.scatter(x2A, voltaje2A, marker = '^',
    color = "orange", label = "Datos
    experimentales a 2 A")
etiqueta2A = f"$ y = ({'{:0.3E}'.format(
    pendiente2A)}) x + {'{:0.3E}'.format(
    intercepcion2A)}$"
plt.plot(x2A, funcion2A(x2A), color =
    "orange", label = f"{etiqueta2A}")
plt.ticklabel_format(axis='both', style='
sci', scilimits=(0,0))
plt.legend(prop={'size': 12})
plt.savefig('grafica4_practica6', format='
jpg', dpi=1200)
```